**2016年普通高等学校招生全国统一考试**

**理科数学**

**注意事项：**

 **1.本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.第Ⅰ卷1至3页，第Ⅱ卷3至5页.**

 **2.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置.**

 **3.全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效.**

 **4.** **考试结束后，将本试题和答题卡一并交回.**

**第Ⅰ卷**

1. **选择题：本题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

（1）已知在复平面内对应的点在第四象限，则实数*m*的取值范围是（ ）

（A） （B）（C）（D）

（2）已知集合，，则（ ）

（A）（B）（C）（D）

（3）已知向量，且，则*m*=（ ）

（A）－8 （B）－6 （C）6 （D）8

（4）圆的圆心到直线 的距离为1，则*a=*（ ）

（A） （B） （C） （D）2

（5）如图，小明从街道的E处出发，先到F处与小红会合，再一起到位于G处的老年公寓参加志愿者活动，则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为（ ）



（A）24 （B）18 （C）12 （D）9

（6）右图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为



（A）20π （B）24π （C）28π （D）32π

（7）若将函数*y*=2sin 2*x*的图像向左平移个单位长度，则平移后图像的对称轴为（ ）

（A）*x*=– (*k*∈**Z**) （B）*x*=+ (*k*∈**Z**) （C）*x*=– (*k*∈**Z**) （D）*x*=+ (*k*∈**Z**)

（8）中国古代有计算多项式值的秦九韶算法，右图是实现该算法的程序框图.执行该程序框图，若输入的*x*=2，*n*=2，依次输入的a为2，2，5，则输出的*s*=（ ）



（A）7 （B）12 （C）17 （D）34

（9）若cos(–α)= ，则sin 2α=（ ）

（A） （B） （C）– （D）–

（10）从区间随机抽取2*n*个数,，…，， ，，…，，构成*n*个数对，，…，，其中两数的平方和小于1的数对共有*m*个，则用随机模拟的方法得到的圆周率 的近似值为（ ）

（A） （B） （C） （D）

（11）已知*F1，F2*是双曲线*E：*的左，右焦点，点*M*在*E*上，*M F1*与 轴垂直，sin ,则E的离心率为（ ）

（A） （B） （C） （D）2

（12）已知函数满足，若函数与图像的交点为 则（ ）

（A）0 （B）*m* （C）2*m* （D）4*m*

第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分.第(13)题~第(21)题为必考题，每个试题考生都必须作答.第(22)题~第(24)题为选考题，考生根据要求作答.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分

 (13)△*ABC*的内角A，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，c，若cos *A*=，cos *C*=，*a*=1，则*b*= .

(14)*α、β*是两个平面，*m*、*n*是两条直线，有下列四个命题：

（1）如果*m*⊥*n*，*m*⊥*α*，*n*∥*β*，那么*α*⊥*β.*

（2）如果*m*⊥*α*，*n*∥*α*，那么*m*⊥*n*.

（3）如果*α*∥*β*，*m**α*，那么*m*∥*β*.

（4）如果*m*∥*n*，*α*∥*β*，那么*m*与*α*所成的角和*n*与*β*所成的角相等.

其中正确的命题有 .(填写所有正确命题的编号）

（15）有三张卡片，分别写有1和2，1和3，2和3。甲，乙，丙三人各取走一张卡片，甲看了乙的卡片后说：“我与乙的卡片上相同的数字不是2”，乙看了丙的卡片后说：“我与丙的卡片上相同的数字不是1”，丙说：“我的卡片上的数字之和不是5”，则甲的卡片上的数字是 。

（16）若直线*y=kx*+*b*是曲线*y*=ln*x*+2的切线，也是曲线*y*=ln（*x*+1）的切线，则*b*= 。

三.解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分12分）

为等差数列的前*n*项和，且记，其中表示不超过*x*的最大整数，如.

（I）求；

（II）求数列的前1 000项和.

18.（本小题满分12分）

某险种的基本保费为*a*（单位：元），继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人的本年度的保费与其上年度的出险次数的关联如下：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 上年度出险次数 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 保费 | 0.85*a* | *a* | 1.25*a* | 1.5*a* | 1.75*a* | 2*a* |

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 一年内出险次数 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 概率 | 0.30 | 0.15 | 0.20 | 0.20 | 0.10 | 0. 05 |

（I）求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率；

（II）若一续保人本年度的保费高于基本保费，求其保费比基本保费高出60%的概率；

（III）求续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

19.（本小题满分12分）

如图，菱形*ABCD*的对角线*AC*与*BD*交于点*O*，*AB*=5，*AC*=6，点*E*,*F*分别在*AD*,*CD*上，*AE*=*CF*=，*EF*交*BD*于点*H*.将△*DEF*沿*EF*折到△的位置，.

（I）证明：平面*ABCD*；

（II）求二面角的正弦值.



20. （本小题满分12分）

已知椭圆*E*:的焦点在轴上，*A*是*E*的左顶点，斜率为*k*(*k*>0)的直线交*E*于*A*,*M*两点，点*N*在*E*上，*MA*⊥*NA.*

（I）当*t*=4，时，求△*AMN*的面积；

（II）当时，求*k*的取值范围.

（21）（本小题满分12分）

(I)讨论函数 的单调性，并证明当 >0时，

(II)证明：当 时，函数 有最小值.设g（x）的最小值为，求函数 的值域.

**请考生在22、23、24题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分,做答时请写清题号**

（22）（本小题满分10分）选修4-1：几何证明选讲

如图，在正方形*ABCD*，E,G分别在边*DA*,*DC*上（不与端点重合），且*DE*=*DG*，过*D*点作*DF*⊥*CE*，垂足为*F*.

(I) 证明：*B,C,G,F*四点共圆；

(II)若*AB*=1，*E*为*DA*的中点，求四边形*BCGF*的面积.



（23）（本小题满分10分）选修4—4：坐标系与参数方程

在直角坐标系*xoy*中，圆*C*的方程为（*x*+6）2+*y*2=25.

（I）以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，求*C*的极坐标方程；

（II）直线*l*的参数方程是$\left\{\begin{array}{c}x=tcosα，\\y=tsinα，\end{array}\right.$（*t*为参数）,*l*与*C*交于*A*、*B*两点，∣*AB*∣=$\sqrt{10}$，求*l*的斜率。

（24）（本小题满分10分），选修4—5：不等式选讲

已知函数，*M*为不等式*f*(*x*) ＜2的解集.

（I）求*M*；

（II）证明：当*a*,*b*∈*M*时，∣*a*+*b*∣＜∣1+*ab*∣。

**2016年普通高等学校招生全国统一考试**

**理科数学答案**

**第Ⅰ卷**

**一.选择题：**

（1）【答案】A

（2）【答案】C

（3）【答案】D

（4）【答案】A

（5）【答案】B

（6）【答案】C

（7）【答案】B

（8）【答案】C

（9）【答案】D

（10）【答案】C

（11）【答案】A

（12）【答案】B

**第Ⅱ卷**

**二、填空题**

(13)【答案】

(14) 【答案】②③④

（15）【答案】1和3

（16）【答案】

**三.解答题**

17.（本题满分12分）

【答案】（Ⅰ），， ；（Ⅱ）1893.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）先求公差、通项，再根据已知条件求；（Ⅱ）用分段函数表示，再由等差数列的前项和公式求数列的前1 000项和．

试题解析：（Ⅰ）设的公差为，据已知有，解得

所以的通项公式为



（Ⅱ）因为

所以数列的前项和为

考点：等差数列的的性质，前项和公式，对数的运算.

【结束】

18.（本题满分12分）

【答案】（Ⅰ）根据互斥事件的概率公式求解；（Ⅱ）由条件概率公式求解；（Ⅲ）记续保人本年度的保费为，求的分布列，再根据期望公式求解..

【解析】

试题解析：（Ⅰ）设表示事件：“一续保人本年度的保费高于基本保费”，则事件发生当且仅当一年内出险次数大于1，故

（Ⅱ）设表示事件：“一续保人本年度的保费比基本保费高出”，则事件发生当且仅当一年内出险次数大于3，故

又，故

因此所求概率为

 （Ⅲ）记续保人本年度的保费为，则的分布列为

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |



因此续保人本年度的平均保费与基本保费的比值为

考点： 条件概率，随机变量的分布列、期望.

【结束】

19.（本小题满分12分）

【答案】（Ⅰ）详见解析；（Ⅱ）.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）证，再证，最后证；（Ⅱ）用向量法求解.

试题解析：（I）由已知得，，又由得，故.

因此，从而.由,得.

由得.所以，.

于是，

故.

又，而，

所以.



（II）如图，以为坐标原点，的方向为轴的正方向，建立空间直角坐标系，则，，，，，，，.设是平面的法向量，则，即，所以可以取.设是平面的法向量，则，即，所以可以取.于是， .因此二面角的正弦值是.

考点：线面垂直的判定、二面角.

【结束】

20.（本小题满分12分）

【答案】（Ⅰ）；（Ⅱ）.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）先求直线的方程，再求点的纵坐标，最后求的面积；（Ⅱ）设，，将直线的方程与椭圆方程组成方程组，消去，用表示，从而表示，同理用表示，再由求.

试题解析：（I）设，则由题意知，当时，的方程为，.

由已知及椭圆的对称性知，直线的倾斜角为.因此直线的方程为.

将代入得.解得或，所以.

因此的面积.

（II）由题意，，.

将直线的方程代入得.

由得，故.

由题设，直线的方程为，故同理可得，

由得，即.

当时上式不成立，

因此.等价于，

即.由此得，或，解得.

因此的取值范围是.

考点：椭圆的性质，直线与椭圆的位置关系.

【结束】

（21）（本小题满分12分）

【答案】（Ⅰ）详见解析；（Ⅱ）.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）先求定义域，用导数法求函数的单调性，当时，证明结论；（Ⅱ）用导数法求函数的最值，在构造新函数，又用导数法求解.

试题解析：（Ⅰ）的定义域为.



且仅当时，，所以在单调递增，

因此当时，

所以

（II）

由（I）知，单调递增，对任意

因此，存在唯一使得即，

当时，单调递减；

当时，单调递增.

因此在处取得最小值，最小值为



于是，由单调递增

所以，由得

因为单调递增，对任意存在唯一的

使得所以的值域是

综上，当时，有最小值，的值域是

考点： 函数的单调性、极值与最值.

【结束】

**请考生在22、23、24题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分,做答时请写清题号**

（22）（本小题满分10分）**选修4-1：几何证明选讲**

【答案】（Ⅰ）详见解析；（Ⅱ）.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）证再证四点共圆；（Ⅱ）证明四边形的面积是面积的2倍.

试题解析：（I）因为,所以

则有

所以由此可得

因此所以四点共圆.

（II）由四点共圆，知，连结，

由为斜边的中点，知,故

因此四边形的面积是面积的2倍，即





考点： 三角形相似、全等，四点共圆

【结束】

（23）（本小题满分10分）**选修4—4：坐标系与参数方程**

【答案】（Ⅰ）；（Ⅱ）.

【解析】

试题分析：（I）利用，可得*C*的极坐标方程；（II）先将直线的参数方程化为普通方程，再利用弦长公式可得的斜率．

试题解析：（I）由可得圆的极坐标方程

（II）在（I）中建立的极坐标系中，直线的极坐标方程为

由所对应的极径分别为将的极坐标方程代入的极坐标方程得



于是



由得，

所以的斜率为或.

考点：圆的极坐标方程与普通方程互化， 直线的参数方程，点到直线的距离公式.

【结束】

（24）（本小题满分10分）**选修4—5：不等式选讲**

【答案】（Ⅰ）；（Ⅱ）详见解析.

【解析】

试题分析：（I）先去掉绝对值，再分，和三种情况解不等式，即可得；（II）采用平方作差法，再进行因式分解，进而可证当，时，．

试题解析：（I）

当时，由得解得；

当时， ；

当时，由得解得.

所以的解集.

（II）由（I）知，当时，，从而

，

因此

考点：绝对值不等式，不等式的证明.

【结束】